

# Diszkrét Dinamikus Rendszerek

2023/24 II. félév

Előadó: Buczolicz Zoltán, (zoltan.buczolicz@ttk.elte.hu, <http://buczo.web.elte.hu>).

Fogadóórák a szorgalmi időszakban: hétfő 14:00-15:00, kedd: 14:30-15:30.

Előadás helye: ELTE Déli tömb: 4-713, időpont: kedd 16:00-17:30.

Az előadás nyelve magyar, de ha az idegen nyelvű képzésben résztvevő hallgatók is felveszik, akkor angol.

The language of the course is Hungarian, but if students participating in our foreign language program are also taking it then it will be in English.

A következő témakörök feldolgozását tervezem (e témakörök egy része szerepel a megfelelő doktori vizsgák/szigorlatok anyagában is):

1. Mit értünk (diszkrét) dinamikus rendszeren. Példa: az egységkör forgatásai. Topologikus tranzitivitás és minimalitás.
2.  $E_2$  periodikus pontjai, topologikus tranzitivitása. Példa olyan pontra, melynek  $E_3$   $\omega$ -limeszhalmaza  $C_3$ .
3. Szimbolikus dinamikus rendszerek. A topologikus Bernoulli-shift periodikus pontjai, topologikusan keverő tulajdonsága.
4. A kör leképezései I. A forgatási szám létezése.
5. Invariáns mértékek. Krylov-Bogolubov tétel. Minimális homeomorfizmusok és invariáns mértékek.
6. A kör leképezései II. Irányítástartó homeomorfizmusok szemikonjugáltak  $T_\alpha$ -hoz.
7. A kör leképezései III. Irányítástartó homeomorfizmusok  $\omega$ -limesz halmazai.
8. Kompakt Abel-csoportok forgatásai, egyféleképpen ergodikus transzformációk és minimalitás.
9. A kör leképezései IV. Irracionális forgatási számú homeomorfizmusok egyféleképpen ergodikusak.
10. Unimodális leképezések. Gyúró sorozat (kneading sequence). Végperiodikus szimbolikus pályájú pontok periodikus pontokhoz tartanak.
11. Szimbolikus pályák előjeles lexikografikus rendezése. Rendezéstartás ( $i(x) \prec i(y)$  és  $x < y$  viszonya).
12. A megengedett szimbolikus pályák halmazának karakterizációja.  $i(c)$  (illetve  $i(c+)$ ), mint topologikus konjugációra vonatkozó invariáns.
13. Szubadditív és szubmultiplikatív sorozatok. A topologikus entrópia definíciója  $(n, \epsilon)$ - feszítő halmazok segítségével.
14.  $h_{top}(T)$  nem függ a metrika választásától. Topologikusan konjugált transzformációk top. entrópiája megegyezik.
15. A topologikus entrópia ekvivalens definíciói.
16. A topologikus entrópia tulajdonságai. A faktorleképezés és az iterált leképezés entrópiája.
17. Intervallumleképezések cikk-cakk száma. (A Misiurewicz- Szlenk és a Milnor-Thurston tételeket csak kimondani.) Forgatások és  $E_m$  top. entrópiája.
18. Markov-gráfok.
19. Sharkovszkij tétel I. (Lemma a minimális páratlan periódusú pontról. Csak addig kell ebben a tételben elmondani a bizonyítást, hogy a Markov-gráf tartalmaz  $I_1$ -en átmenő  $p - 1$ -hosszú kört.)
20. Sharkovszkij tétel II. (A Lemma bizonyításának befejezése. Páros periodikus pontok. A tétel bizonyítása.)
21. Az ergodelmélet alapjai. Maximális ergodtétel és Birkhoff ergodtétel.