

ERGODELMÉLET

2022/23 II. félév

Előadó: Buczolicz Zoltán egyetemi tanár.

Szoba: ELTE TTK Déli tömb, 3.305. Telefon: 372 2500/85-16.

Fogadóórak a szorgalmi időszakban:

kedd 10:30-12:30.

Email: zoltan.buczolicz@ttk.elte.hu,

honlap: <http://buczo.web.elte.hu/>.

Aszinkron online kurzus mp4 podcast előadásokkal.

Az egyheti adagot több rövidebb mp4 fájlba bontom fel, ezt kiegészíti majd a szkennelt előadaskézirat pdf fájlja is. Nem javasolt a teljes heti előadás egy adagban történő meghallgatása. Inkább több részletre elosztva egyéni tempóban, szükség esetén a lejátszást megállítva/visszalépve.

Az interaktivitást biztosítandó bármikor nyugodtan feltehetnek nekem kérdéseket emailben (ezekre postafordultával, az esetek túlnyomó részében 24 órán belül válaszolni fogok).

Amennyiben szükségesnek bizonyul, lehetőség van Teams-en, vagy személyesen fogadóórán közvetlen kapcsolatfelvételtre is. A konzultációkra **előzetes email bejelentkezés szükséges** legkésőbb a konzultációt megelőző nap este 10-ig.

A jelenléti helyzethez képest a távelőadásnak sok hátránya van, de vannak előnyök is. Például be tud az ember illeszteni több kiegészítő anyagot is. A vizsga anyaga csak annyi lesz, amennyi a pdf fájlokban szerepel. Az mp4-ben levő kiegészítő magyarázatok inkább csak műveltség szélesítést szolgálnak. Szintén nagy előny, hogy az mp4 fájl lejátszását meg lehet állítani. Így több alkalommal is felszólítom bennük erre a hallgatókat, hiszen egy-egy tételt, annak kimondása után feladatnak is tekinthetünk. Azaz mindenki megpróbálhat saját bizonyítást adni. Ha sikerül kiváló. Össze lehet vetni a saját bizonyítást a "hivatalossal". Ha nem, akkor pedig az ember sokkal jobban tudja értékelni a bizonyítást, ha már megpróbált maga is belegondolni.

Előadások, vizsga: A vizsga jelenléti és szóbeli.

Tételjegyzék: <https://buczo.web.elte.hu/edu/tjer2305.pdf>

Tematika

1. Bevezetés. Példák (Klasszikus mechanika, egységkör és kpkt. Abel csoportok forgatásai, Bernoulli shift és Markov láncok).

2. Konstrukciók.

3. von Neumann L^2 ergodtétele.

4. Birkhoff–Hincsin pontonkénti ergodtétele.

5. Poincaré visszatérési tétel és Ehrenfest példája.

6. Hincsin tétele halmazok visszatéréséről.

7. Halmos tétele a visszatéréssel ekvivalens tulajdonságokról.

8. Ergodikussággal ekvivalens tulajdonságok.

9. Indukált transzformáció mértéktartása és ergodikussága. Kac lemma. Kakutani–Rohlin lemma.

10. Újabb ergodikussággal ekvivalens tulajdonság. Bernoulli shift, egységkör forgatásainak illetve a tórusz eltolásainak ergodikussága.

11. Keverés (definíciók). Rényi tétele erősen keverő transzformációkról. Bernoulli shift erősen keverő.

12. Koopman-von Neumann lemma. Gyenge keveréssel ekvivalens tulajdonságok.

13. Egységkör forgatásai nem gyengén keverők. Topológia amiben a gyengén keverő transzformációk reziduálisak.

14. Banach elv. Ergodtétele bizonyítása a Banach elvvel.

15. Integrálok differenciálása. Wiener lokális ergodtétele.

16. Lebesgue terek és a feltételes várható érték tulajdonságai.

17. Entrópia a fizikában és az információelméletben.

18. Felosztás és egy transzformáció metrikus entrópiájának definíciója. $\mathcal{B}(p_1, \dots, p_n)$ henger (cylinder) halmazokhoz tartozó entrópiájának kiszámolása.

19. Feltételes információ és entrópia I. (Definíciók, elemi tulajdonságok az α véges felosztás β véges felosztásra vonatkozó feltételes entrópiájáig.)

20. Feltételes információ és entrópia II. ($I_{\alpha \vee \beta | \mathcal{F}}$ -re vonatkozó állítás, valamint az (i)-(v) tulajdonságokat felsoroló állítás.)

21. Nulla feltételes entrópiával ekvivalens állítás. Véges mérhető felosztások függetlenségével ekvivalens tulajdonságok. "Entrópia metrika".

22. A feltételes várható érték mint L^2 -beli vetítés. $H(\mathcal{A} | \mathcal{F}_n)$ konvergenciája növekvő szigma algebra sorozatokra.

23. $h(\alpha, T)$ ekvivalens megadásai. Kolmogorov-Szináj tétele generátorokról. Krieger generátor tétele (bizonyítás nélkül).