I. MATEMATIKA B. Sc.
Haladó Analízis 1 Vizsgatételek
2022/23 II. félév

Ezt a szóbeli vizsgák idejéből megmaradt tételjegyzéket az előadáson elhangzott témakörök pontosabb behatárolására használhatjuk. A vizsgazhn az egyes tételek részleteinek ismeretét ellenőrző kérdések lesznek.

1. A Riemann integrál definíciója vele ekvivalens tulajdonságok.
2. Monoton és folytonos függvények integrálhatósága. Egyenletes folytonosság.
3. Az integrál elemi tulajdonságai. Közvetett függvény integrálhatósága.
4. A Newton–Leibniz formula. Integrál és primitív függvények, kapcsolódó függvényosztályok.
5. A határozatlan integrál. Alapintegrálok.
6. Primitív függvény keresés. Parciális integrálás és helyettesítéssel való integrálás.
7. Racionális törtfüggvények integrálása.
8. Racionalizáló helyettesítések.
9. A Wallis-formula és a Stirling-formula (ez utóbbit csak kimondani kell tudni).
10. Terület és térfogatszámítás.
11. Az improprius integrál. Integrálkritérium sorok konvergenciájára.
12. Nemnegatív tagú sorok. Konvergenciakritériumok. Leibniz-típusú sorok.
13. Sorok szorzása. Cauchy-szorzat. Sorok átrendezése.
14. Függvénysorozatok és függvénysorok. Példák. Pontonkénti és egyenletes konvergencia. Cauchy-kritérium. Weierstrass kritérium (M-teszt).
15. Egyenletes konvergencia és határátmenet. Egyenletes konvergencia és integrálás.
16. Differenciálás és egyenletes konvergencia.
17. Taylor sorfejtések, konvergencia bizonyítás Lagrange maradéktaggal, nevezetes függvények Taylor sorai.
18. Hatványsorok. Cauchy–Hadamard formula. Konvergenciatartomány.
19. Derivált sor konvergencia sugara. Tagonkénti differenciálás. Abel folytonossági tétele. Tagonkénti integrálás. $\mathrm{arctg}(x)$ sora. Cauchy-szorzat.
20. Analitikus függvények. Sorfejtések. Taylor-formula integrál maradéktaggal. Elégséges feltételek analitikusságra.
21. Sorfejtések alkalmazásai. Binomiális sor.
22. Tagonkénti integrálás. Differenciálegyenletek megoldása hatványsorokkal.
23. n-dimenziós euklideszi tér. Cauchy-Schwarz-Bunyakovszkij egyenlőtlenség, euklideszi távolság ℓ^1 és szuprémum norma.
24. Pontsorozatok konvergenciája. Bolzano–Weierstrass tétel $\mathbb{R}^n$-ben.
25. Topologikus alapfogalmak (belső pont, határpont, külső pont, torlódási pont, izolált pont, nyílt halmaz, zárt halmaz) euklideszi terekben.
26. Kompakt halmazok. Heine–Borel tétel.
27. Leképezések folytonossága. Átviteli elv. Kompakt halmazon folytonos függvények. Leképezések határértéke.
28. Lineáris transzformációk.
29. Többváltozós derivált definíciója. Láncszabály.
30. Parciális deriváltak. Jacobi mátrix.
31. Gradiens. Iránymenti derivált. Folytonos differenciálhatóság.
32. Magasabbrendű deriváltak. Young-tétele.
33. Első, második és m-edik differenciál. Érintősík. Hesse-féle mátrix. Lagrange-féle középértéktétel, Lagrange-féle becslés. Többváltozós Taylor-formula. Érintősík.
34. Szélsőértékkeresés. Példa. Szükséges és elégséges feltételek lokális szélsőértékhelyek létezésére. Kvadratikus alakok definitsége.
35. Szintvonalak. Szint-hiperfelületek. Szinthalmaz érintőtere.
36. Feltételes szélsőérték. Példa. Lagrange-multiplikátor módszer.
37. Példák a Lagrange-multiplikátor módszer alkalmazásaira. Szélsőérték keresés kompakt halmazon értelmezett függvényekre.
38. Implicit függvények. Implicit differenciálás. 2D implicitfüggvény tétel bizonyítással, a többváltozós tételt csak kimondani kell tudni.
39. A lokális injektivitási és szürjektivitási tételek, az utóbbit csak kimondani kell. Nyílt leképezések, nyílt leképezés tétele. Inverzfüggvény tétel.