

ANALÍZIS 3 major
Vizsgatételek

1. Metrikus terek I. Alapvető definíciók. Konvergencia, zárt halmazok, teljesség.
2. Metrikus terek II. Folytonosság, kompaktság, Banach fixponttétel.
3. Metrikus terek III. Baire kategóriatétel, szeparábilis, összefüggőség.
4. Jordan mérték I. Definíció, kockákkal való ekvivalens definíció.
5. Jordan mérték II. Jordan mérhetőség és határ, Jordan mérhetőség és halmazelméleti műveletek, Jordan mérték és Riemann integrál.
6. Jordan mérték III. Jordan mérték és eltolások, egybevágóságok, középpontos hasonlóság.
7. Jordan mérték IV. Területtranszformáció, síkvektorok keresztszorzata, terület(térfogat) transzformációja lineáris leképezéseknél.
8. Integrálás 2D téglákon, normáltartományok térfogata.
9. Integrálhatóságra vonatkozó ekvivalens feltételek, elégséges feltételek, elemi tulajdonságok.
10. A területi integrál átalakítása kétszeres integrállá. Lebontási (Fubini) tétel, szukcesszív integrálás tétele, példák.
11. Az integrál definíciója Jordan mérhető halmazokon. Lebontási tétel normáltartományokon.
12. Magasabb (jobbára 3) dimenziós lebontási tételek. Cavalieri-elv. Ferde gúla térfogata. Inhomogén lemez tömege, tömegközéppontja, tehetetlenségi nyomatéka, ellipszis területe.
13. Térfogati integrál transzformációja. Polárkoordinátás helyettesítés. Gömb térfogata. $\int_0^\infty e^{-x^2} dx$.
14. Paraméteres integrálok.
15. Vonalintegrálok I. Motiváció, görbékkel kapcsolatos definíciók, tartományok, Jordan görbetétel.
16. Görbék ívhossza.
17. Vonalintegrálok II. Definíció, tulajdonságok, primitív függvény, Newton–Leibniz formula vonalintegrálokra. Példa $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$ -n értelmezett sima vektormezőre, aminek nincs primitív függvénye.
18. Vonalintegrálok III. Primitív függvény létezésére vonatkozó elégséges feltételek.
19. Ívhossz szerinti integrál, $\int_\gamma f dx_j$, $\int_\gamma \mathbf{f} dx_j$, Green tétele és annak alkalmazása területszámításra.
20. $\int_\gamma \mathbf{f} \mathbf{n} ds$, Newton–Leibniz formula Green tételes változata, fluxus Jordan tartományt határoló görbére vonatkoztatva, divergencia lokális jelentése, 2D Gauss–Osztrogradszkij/divergencia tétel, $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$.
21. $\text{rot } \mathbf{f}$, z -tengely körüli forgás rotációja, lokális örvényerősség, 2D Stokes tétel.
22. Paraméterezett felületek, normálvektor, felszín, a gömb felszíne.
23. Felszíni integrál, felület határa (pereme), irányított/irányítható felület, irányított felületi integrál (fluxus).
24. 3D Gauss–Osztrogradszkij/divergencia tétel, 3D Stokes tétel, Faraday-törvényére vonatkozó Maxwell egyenlet.
25. Fourier sorok I. Trigonometrikus polinomok, Fourier tétele, Dirichlet és Fejér magfüggvények, Cesàro szummáció, Fejér tétele.
26. Fourier sorok II. Weierstrass approximációs tétel, Bessel egyenlőtlenség, négyszögjel Fourier sora, Fourier transzformált, konvolúció.
27. Funkcionálanalízis I. Banach terek. Példák. Lineáris funkcionálok. Duális tér. Egyenletes korlátosság.
28. Funkcionálanalízis II. Hilbert terek. Konvex halmazok Hilbert terekben. Fréchet–Riesz tétel.