

TÉTELJEGYZÉK

III. éves BSc matematika elemző szakos, továbbá matematikus,
alkalmazott matematikus és doktorandusz hallgatók részére

Dinamikai Rendszerek

2023/24 I. félév

1. Bevezető példák („görög” gyökvonás). Banach fixponttétel. Példák a fixponthoz való konvergenciára.
2. Newton módszer.
3. Monoton intervallum leképezések.
4. Pálya. Periodikus és végperiodikus pontok. $f(\theta) = \{2\theta\}$. $W^s(p)$, $W^u(p)$.
5. Populáció dinamika. Exponenciális és logisztikus modell. A kör forgatásai.
6. Fázisképek és grafikus analízis. Hiperbolikus fixpontok.
7. Vonzó és taszító periodikus pontok. W_{loc}^s és W_{loc}^u .
8. Nem hiperbolikus fixpontok. (Példák.) $F_\gamma(x) = \gamma x(1-x)$ fixpontjainak viselkedése a paraméter függvényében.
9. A logisztikus függvénycsalád további tulajdonságai I. $\gamma > 1$ -esetén a $\mathbb{R} \setminus [0, 1]$ -beli pontok sorsa. $1 < \gamma < 3$ esetén x_γ vonzó fixpont (fázisképek).
10. A logisztikus függvénycsalád további tulajdonságai II. $\gamma > 4$, ill. $\gamma > 2 + \sqrt{5}$ esete Λ nem tartalmaz intervallumot.
11. A logisztikus függvénycsalád további tulajdonságai III. Λ perfekt, invariáns taszító hiperbolikus halmaz.
12. Szimbolikus dinamika I. Ω_2^R -en metrika, a shift tulajdonságai egyenletes folytonosság, periodikus és végperiodikus pontok. Topologikus tranzitivitás.
13. Szimbolikus dinamika II. A teljes topologikus Bernoulli shift. Shift terek. Példák.
14. Szimbolikus dinamika III. Végtes típusú shift terek.
15. Szimbolikus dinamika IV. Adattárolás merevlemezeken és shift terek. (FM és MFM kódolás)
16. Λ -beli pontok szimbolikus pályája. A szimbolikus kódolás homeomorfizmus.
17. Dinamikus rendszerek és fraktálok I. C_3 , mint egy dinamikus rendszer taszító halmaza, a komplementer színezése. A Mandelbrot halmaz. Pitagorasz tétel és heurisztika C_3 dimenziójára.
18. Dinamikus rendszerek és fraktálok II. A Hausdorff mérték és dimenzió definíciója.
19. Dinamikus rendszerek és fraktálok III. Iterált függvény rendszerek. Az attraktor létezése. Kapcsolat dinamikus rendszerekkel.
20. Dinamikus rendszerek és fraktálok IV. Önhasonló halmazok.
21. Topologikusan konjugált rendszerek. Kezdeti feltételektől való érzékeny függés.
22. Kaotikusság.
23. Strukturális stabilitás. Három szerint periodikus pontok. Sarkovszkij tétele (biz. nélkül).
24. Bifurkációk a logisztikus függvénycsaládban. A bifurkációs diagram. Bifurkációtípusok.
25. A Schwarz derivált. Definíció. Kompozíció és negatív Schwarz derivált (bizonyítás nélkül). Kritikus pontok és periodikus pontok száma. Becslés a vonzó periodikus orbitok számára, alkalmazás a logisztikus függvénycsaládra (bizonyítás nélkül). Polinomok amikre $SP < 0$ (bizonyítás nélkül).