

ERGODELMÉLET

2006/07 II. félév

Előadó: Buczolicz Zoltán, (buczo@cs.elte.hu, www.cs.elte.hu/~buczo)

Előadás helye: ELTE Déli tömb: 3-716, időpont: péntek 10:00-12:00.

Első előadás: február 23.

Tervezett Tematika

1. Bevezetés. Példák (Klasszikus mechanika, egységkör és kpkt. Abel csoportok forgatásai, Bernoulli shift és Markov láncok).
2. Konstrukciók.
3. von Neumann L^2 ergodtétel.
4. Birkhoff–Hincsin pontonkénti ergodtétel.
5. Poincaré visszatérési tétel és Ehrenfest példája.
6. Hincsin tétele halmazok visszatéréséről.
7. Halmos tétele a visszatéréssel ekvivalens tulajdonságokról.
8. Ergodikussággal ekvivalens tulajdonságok.
9. Indukált transzformáció mértéktartása és ergodikussága. Kac lemma. Kakutani–Rohlin lemma.
10. Újabb ergodikussággal ekvivalens tulajdonság. Bernoulli shift, egységkör forgatásainak illetve a tórusz eltolásainak ergodikussága.
11. Keverés (definíciók). Rényi tétele erősen keverő transzformációkról. Bernoulli shift erősen keverő.
12. Koopman-von Neumann lemma. Gyenge keveréssel ekvivalens tulajdonságok.
13. Egységkör forgatásai nem gyengén keverők. Topológia amiben a gyengén keverő transzformációk reziduálisak.
14. Banach elv. Ergodtétel bizonyítása a Banach elvvel.
15. Integrálok differenciálása. Wiener lokális ergodtetele.
16. Lebesgue terek és a feltételes várható érték tulajdonságai.
17. Entrópia a fizikában és az információelméletben.
18. Felosztás és egy transzformáció metrikus entrópiájának definíciója. $\mathcal{B}(p_1, \dots, p_n)$ henger (cylinder) halmazokhoz tartozó entrópiájának kiszámolása.
19. Feltételes információ és entrópia I. (Definíciók, elemi tulajdonságok az α véges felosztás β véges felosztásra vonatkozó feltételes entrópiájáig.)
20. Feltételes információ és entrópia II. ($I_{\alpha \vee \beta | \mathcal{F}}$ -re vonatkozó állítás, valamint az (i)-(v) tulajdonságokat felsoroló állítás.)
21. Nulla feltételes entrópiával ekvivalens állítás. Véges mérhető felosztások függetlenségével ekvivalens tulajdonságok. “Entrópia metrika”.
22. A feltételes várható érték mint L^2 -beli vetítés. $H(\mathcal{A} | \mathcal{F}_n)$ konvergenciája növvő szigma algebra sorozatokra.
23. $h(\alpha, T)$ ekvivalens megadásai. Kolmogorov-Szináj tétele generátorokról. Krieger generátor tétele (bizonyítás nélkül).