

ERGODELMÉLET

2020/21 II. félév

Előadó: Buczolicz Zoltán egyetemi tanár.

Szoba: ELTE TTK Déli tömb, 3.305. Telefon: 372 2500/85-16.

Fogadóórák a szorgalmi időszakban (a COVID járványra tekintettel előzetes email bejelentkezésre van szükség, amit lehet azt emailben/Teams-en/Skype-on stb. intézek):

kedd 11:00-12:00, szerda 14:00-15:00.

Email: zoltan.buczolicz@ttk.elte.hu,

honlap: <http://buczo.web.elte.hu/>.

A félév elején online podcast előadás lesz.

Ha valamikor áttérés lesz jelenléti előadásra, akkor a jelenléti előadás helye: Déli Tömb 3-306, időpont: kedd 14:00-16:00.

Az online előadásokat podcast formában fogom terjeszteni a Teams-en, illetve más webtárhelyen keresztül. Az egyheti adagot több rövidebb mp4 fájlba bontom fel, ezt kiegészíti majd a szkennelt előadáskézirat pdf fájlja is. Nem javasolt a teljes heti előadás egy adagban történő meghallgatása. Inkább több részletre elosztva egyéni tempóban, szükség esetén a lejátszást megállítva/visszalépve.

Az interaktivitást biztosítandó bármikor nyugodtan feltehetnek nekem kérdéseket emailben (ezekre postafordultával, az esetek túlnyomó részében 24 órán belül válaszolni fogok).

Amennyiben szükségesnek bizonyul, lehetőség van Teams-en, vagy Skype-on keresztüli közvetlen kapcsolatfelvételre is. Az online Teams konzultációs lehetőség alapértelmezett időpontja kedd 14:00, az előadás tanrendi kezdetének időpontja, időtartama: igény szerint. Az online Teams konzultációkra **előzetes email bejelentkezés szükséges** legkésőbb a konzultációt megelőző nap este 10-ig.

Matematikát Teams-en, Skype-on keresztül nem olyan egyszerű művelni, mivel sokat kell táblára/papírra írni és azt átvinni. Azaz egymás arcát átvivő videojel helyett, inkább a képernyő megosztásnak/screen sharing-nek lesz majd fontossága.

Mivel egérrel/ujjal képernyőre matematikát írni nem olyan egyszerű, ezért javasolt eljárás, hogy az ember leírja a gondolatait egy papírra, azt lefényképezi/beszkeneli és a képernyő megosztás során azon mutogat (a pdfbe szkennelt képeken Adobe (vagy Foxit) Readerrel vagy más megjegyzéseket lehetővé tévő szoftverrel jól lehet mutogatni, az előadás mp4 fájlok is így készülnek). Persze ha nincs sürgősség, akkor lehet a lefényképezett anyagot emailben is továbbítani, vagy feltölteni a Teamsbe.

A jelenléti helyzethez képest a távelőadásnak sok hátránya van, de vannak előnyök is. Például be tud az ember illeszteni több kiegészítő anyagot is. A vizsga anyaga csak annyi lesz, amennyi a pdf fájlokban szerepel. Az mp4-ben levő kiegészítő magyarázatok inkább csak műveltség szélesítést szolgálnak. Szintén nagy előny, hogy az mp4 fájl lejátszását meg lehet állítani. Így több alkalommal is felszólítom bennük erre a hallgatókat, hiszen egy-egy tételt, annak kimondása után feladatnak is tekinthetünk. Azaz mindenki megpróbálhat saját bizonyítást adni. Ha sikerül kiváló. Össze lehet vetni a saját bizonyítást a "hivatalossal". Ha nem, akkor pedig az ember sokkal jobban tudja értékelni a bizonyítást, ha már megpróbált maga is belegondolni.

Előadások, vizsga: A vizsga, ha a járványügyi helyzet lehetővé teszi jelenléti és szóbeli.

Ha a járványügyi helyzet nem tesz lehetővé szóbeli jelenléti vizsgákat, akkor a vizsgaidőszak előtt kiadott feladatsorból előírt számú feladat megoldásával és interneten keresztül történő beadásával lehet megajánlott vizsgajegyet kapni. Akinek ez nem felel meg, vagy javítani szeretne annak lehetősége lesz online vizsgázh írására is. Ez a kiadott beadandó feladatokhoz hasonló feladatokból áll majd, de adott 2 óras ZH módjára kell majd megoldani őket.

Tervezett Tematika

1. Bevezetés. Példák (Klasszikus mechanika, egységkör és kpkt. Abel csoportok forgatásai, Bernoulli shift és Markov láncok).
2. Konstrukciók.
3. von Neumann L^2 ergodtétel.
4. Birkhoff–Hincsin pontonkénti ergodtétel.

5. Poincaré visszatérési tétel és Ehrenfest példája.
6. Hincsin tétele halmazok visszatéréséről.
7. Halmos tétele a visszatéréssel ekvivalens tulajdonságokról.
8. Ergodikussággal ekvivalens tulajdonságok.
9. Indukált transzformáció mértéktartása és ergodikussága. Kac lemma. Kakutani–Rohlin lemma.
10. Újabb ergodikussággal ekvivalens tulajdonság. Bernoulli shift, egységkör forgatásainak illetve a tórusz eltolásainak ergodikussága.
11. Keverés (definíciók). Rényi tétele erősen keverő transzformációkról. Bernoulli shift erősen keverő.
12. Koopman-von Neumann lemma. Gyenge keveréssel ekvivalens tulajdonságok.
13. Egységkör forgatásai nem gyengén keverők. Topológia amiben a gyengén keverő transzformációk reziduálisak.
14. Banach elv. Ergodtétel bizonyítása a Banach elvvel.
15. Integrálok differenciálása. Wiener lokális ergodtétéle.
16. Lebesgue terek és a feltételes várható érték tulajdonságai.
17. Entrópia a fizikában és az információelméletben.
18. Felosztás és egy transzformáció metrikus entrópiájának definíciója. $\mathcal{B}(p_1, \dots, p_n)$ henger (cilinder) halmazokhoz tartozó entrópiájának kiszámolása.
19. Feltételes információ és entrópia I. (Definíciók, elemi tulajdonságok az α véges felosztás β véges felosztásra vonatkozó feltételes entrópiájáig.)
20. Feltételes információ és entrópia II. ($I_{\alpha \vee \beta | \mathcal{F}}$ -re vonatkozó állítás, valamint az (i)-(v) tulajdonságokat felsoroló állítás.)
21. Nulla feltételes entrópiával ekvivalens állítás. Véges mérhető felosztások függetlenségével ekvivalens tulajdonságok. “Entrópia metrika”.
22. A feltételes várható érték mint L^2 -beli vetítés. $H(\mathcal{A} | \mathcal{F}_n)$ konvergenciája növvő szigma algebra sorozatokra.
23. $h(\alpha, T)$ ekvivalens megadásai. Kolmogorov-Szináj tétele generátorokról. Krieger generátor tétele (bizonyítás nélkül).