

IV. MAT. TANÁRI SZAK
Analízis Fakultációs Blokk Vizsgatételek

2006/07 I. félév

1. Topologikus terek. Folytonosság.
2. σ algebrák. Mérfhető terek, függvények.
3. Mérfhető és Borel mérfhető függvények, $\lim \sup f_n$ és $\lim f_n$ mérfhetősege. Egyszerű függvények.
4. Mértékek elemi tulajdonságai. Példák.
5. Nemnegatív függvények integrálása. Az integrál elemi tulajdonságai.
6. Lebesgue monoton konvergencia tétel. Fatou lemma. Sűrűségfüggvények.
7. Valós és komplex értékű függvények integrálása. Lebesgue dominált konvergencia tétel.
8. Null mértékű halmazok. Borel–Cantelli lemma.
9. Külső mértékek. Carathéodory tétele a mérfhető halmazok σ -algebrájáról.
10. Lebesgue-féle külső mértékek \mathbb{R}^n -ben. Vitali példája nem mérfhető halmazról. Borel tétele.
11. Lebesgue-mérték. Regularitás.
12. Lebesgue-kritérium a Riemann integrálhatóságra. Példák.
13. Konvergenciafajták: majdnem mindenütt, mértékben, és majdnem egyenletesen való konvergencia. Jegorov tétel.
14. L^1 -ben való konvergencia viszonya a többi konvergenciatípussal.
15. Metrikus külső mértékek. Borel halmazok mérfhetősege.
16. Kompakt halmazok topologikus terekben. Szétválasztási tételek nyílt halmazokkal.
17. Félig folytonos függvények. Uriszon lemma.
18. Riesz reprezentációs tétel (csak kimondani). Luzin tétele.
19. Hausdorff mértékek. Elemi tulajdonságok.
20. Hausdorff dimenzió definíciója. $\dim_H \mathbb{R}^n$. Kapcsolat λ_n és \mathcal{H}^n között.
21. Hasonlóságok, Hölder leképezések és Hausdorff-mértékek.
22. A Cantor halmaz dimenziója.
23. További fraktálok. Hausdorff dimenzió és diofantikus approximáció.
24. További dimenziófogalmak.