2015-16/II

II. MAT. B. Sc.
ALK. MAT. ANALÍZIS 3
Vizsgatételek

1. Függvénysorozatok és függvénysorok. Példák. Pontonkénti és egyenletes konvergencia. Cauchy-kritérium. Weierstrass kritérium (M-teszt).
2. Egyenletes konvergencia és határátmenet. Egyenletes konvergencia és integrálás.
3. Differenciálás és egyenletes konvergencia.
4. Hatványsorok. Cauchy–Hadamard formula. Konvergenciatartomány.
5. Derivált sor konvergencia sugara. Tagonkénti differenciálás. Abel folytonossági tétele. Tagonkénti integrálás. arctg(x) sora. Cauchy-szorzat.
6. Analitikus függvények. Sorfejtések. Taylor-formula Lagrange és integrál maradéktaggal. Elégséges feltételek analitikusságra.
7. Sorfejtések alkalmazásai. Binomiális sor. Hibabecslések Leibniz típusú soroknál.
8. Numerikus integrálás. Határérték kiszámolása, differenciálegyenlet megoldása hatványsorokkal.
9. Derékszögű-, polár-, henger-, gömbi koordináták, skaláris, vektoriális és vegyesszorzat. n-dimenziós euklideszi tér. Cauchy-Schwarz-Bunyakovszkij egyenlőtlenség, euklideszi távolság ℓ^1 és szuprémum norma.
10. Pontsorozatok konvergenciája. Bolzano–Weierstrass tétel $\mathbb{R}^n$-ben.
11. Topologikus alapfogalmak (belső pont, határpont, külső pont, torlódási pont, izolált pont, nyílt halmaz, zárt halmaz) euklideszi terekben.
12. Kompakt halmazok.
13. Leképezések folytonossága. Átviteli elv. Kompakt halmazon folytonos függvények. Leképezések határértéke.
14. Lineáris transzformációk.
15. Többváltozós derivált definíciója. Láncszabály.
16. Parciális deriváltak. Jacobi mátrix.
17. Gradiens. Iránymenti derivált. Folytonos differenciálhatóság.
18. Magasabbrendű deriváltak. Young tétel.
19. Első, második és m-edik differenciál. Érintősík. Hesse-féle mátrix. Lagrange-féle középértéktétel, Lagrange-féle becslés. Többváltozós Taylor-formula.
20. Szélsőértékkeresés. Példa. Szükséges és elégséges feltételek lokális szélsőértékhelyek létezésére. Kvadratikus alakok definitsége.
21. Szintvonalak. Szint-hiperfelületek. Szinthalmaz érintőtere.
22. Feltételes szélsőérték. Példa. Lagrange multiplikátor módszer.
23. Példák a Lagrange multiplikátor módszer alkalmazásaira. Szimmetrikus mátrixok főtengelytétele. Szélsőérték-keresés kompakt halmazon értelmezett függvényekre.
24. Implicit függvények. Implicit differenciálás.
25. Vektormezők I. Gradiens mező, potenciálfüggvény, trajektória, nabla operátor, vektormező divergenciája.
26. Vektormezők II. Rotáció, merev test tengely körüli forgása és folyadék sebességmezője rotációjának interpretálása, gradiens mező örvénymentessége, $\operatorname{div}\operatorname{rot}\mathbf{F}$, Laplace operátor. További vektoranalízis azonosságok.
27. A területi integrál definíciója téglalapon, alaptulajdonságok. Folytonos és korlátos függvények integrálhatósága.
28. Lebontási (Fubini) tétel. Szukcesszív integrálás tétele. Példák. Integrálás definíciója tégláknál bonyolultabb halmazokon.
29. Integrálás normáltartományokon. Integrálbecslés. Középértéktétel normáltartományokon.
30. Az integráltranszformáció tétele a síkon (bizonyítás nélkül). Példa. A polárkoordinátás helyettesítés. Példák (gömbtérfogat, $\int_0^\infty e^{-x^2}dx = ?$).

A következő oldalon folytatódik.

31. A hármas integrál definíciója téglatesten. Lebontási (Fubini) tétel három dimenzióban. Normáltartományok Cavalieri-elv. Ferde gúla térfogata.
32. Térfogati integrál transzformációja (a transzformációs tételt nem kell bizonyítani). Henger és gömbi koordinátás helyettesítés. Példa. Inhomogén lemez tömege, tehetelenségi nyomatéka, súlypontja. Példák.
33. Paraméteres integrálok folytonossága és differenciálása.
34. Szakaszonként sima görbék. Tartományok. Rektifikálható görbék. Görbék ívhossza.
35. Vonalintegrálok definíciója, elemi tulajdonságai. Átparaméterezés. Primitív függvény. Newton–Leibniz formula vonalintegrálokra. Konzervatív leképezések.
36. Primitív(potenciál) függvény létezésére vonatkozó szükséges és elégséges feltételek. Potenciálfüggvény keresése.
37. Green tétele normáltartományon, ill. normáltartományokra felbontható tartományon. A Green tétel vektoriális alakja. A Green tétele területszámításra való alkalmazása. Az asztrois területe.
38. Green tétel és divergencia. Kétdimenziós területtranszformációs formula bizonyítása Green tétellel.

Az utolsó tételből csak annyit kérdezünk a vizsgán, amennyi az utolsó héten lement.