ANALÍZIS 3
Vizsgatételek

1. Ismétlés függvénysorozatokkal/sorokkal kapcsolatban. (Bizonyítások nélkül. Egyenletes konv. def. Weierstrass M-teszt. Fv. sorozatok/sorok és hat. ért/integrálás/deriválás, Cauchy-Hadamard, Taylor formula, binomiális sor.)
2. Numerikus integrálás. Határérték kiszámolása, differenciálegyenlet megoldása hatványsorokkal.
3. Derékszögű-, polár-, henger-, gömbi koordináták, skaláris, vektoriális és vegyesszorzat. n-dimenziós euklideszi tér. Cauchy-Schwarz-Bunyakovszkij egyenlőtlenség, euklideszi távolság ℓ^1 és szuprémum norma.
4. Pontsorozatok konvergenciája. Bolzano–Weierstrass tétel $\mathbb{R}^n$-ben.
5. Topologikus alapfogalmak (belső pont, határpont, külső pont, torlódási pont, izolált pont, nyílt halmaz, zárt halmaz) euklideszi terekben.
6. Kompakt halmazok.
7. Leképezések folytonossága. Átviteli elv. Kompakt halmazon folytonos függvények. Leképezések határértéke.
8. Lineáris transzformációk.
9. Többváltozós derivált definíciója. Láncszabály.
10. Parciális deriváltak. Jacobi mátrix.
11. Gradiens. Iránymenti derivált. Folytonos differenciálhatóság.
12. Magasabbrendű deriváltak. Young tétel.
13. Első, második és m-edik differenciál. Érintősík. Hesse-féle mátrix. Lagrange-féle középértéktétel, Lagrange-féle becslés. Többváltozós Taylor-formula.
14. Szélsőértékkeresés. Példa. Szükséges és elégséges feltételek lokális szélsőértékhelyek létezésére. Kvadratikus alakok definitsége.
15. Szintvonalak. Szint-hiperfelületek. Szinthalmaz érintőtere.
16. Feltételes szélsőérték. Példa. Lagrange multiplikátor módszer.
17. Példák a Lagrange multiplikátor módszer alkalmazásaira. Szimmetrikus mátrixok főtengelytétele. Szélsőértékkeresés kompakt halmazon értelmezett függvényekre.
18. Implicit függvények. Implicit differenciálás.
19. Vektormezők I. Gradiens mező, potenciálfüggvény, trajektória, nabla operátor, vektormező divergenciája.
20. Vektormezők II. Rotáció, merev test tengely körüli forgása és folyadék sebességmezője rotációjának interpretálása, gradiens mező örvénymentessége, $\operatorname{div}\operatorname{rot}\mathbf{F}$, Laplace operátor. További vektoranalízis azonosságok.
21. A területi integrál definíciója téglalapon, alaptulajdonságok. Folytonos és korlátos függvények integrálhatósága.
22. Lebontási (Fubini) tétel. Szukcesszív integrálás tétele. Példák. Integrálás definíciója tégláknál bonyolultabb halmazokon.
23. Integrálás normáltartományokon. Integrálbecslés. Középértéktétel normáltartományokon.
24. Az integráltranszformáció tétele a síkon (bizonyítás nélkül). Példa. A polárkoordinátás helyettesítés. Példák (gömbtérfogat, $\int_0^\infty e^{-x^2}dx = ?$).
25. A hármas integrál definíciója téglatesten. Lebontási (Fubini) tétel három dimenzióban. Normáltartományok. Cavalieri-elv. Ferde gúla térfogata.
26. Térfogati integrál transzformációja (a transzformációs tételt nem kell bizonyítani). Henger és gömbi koordinátás helyettesítés. Példa. Inhomogén lemez tömege, tehetetlenségi nyomatéka, súlypontja. Példák.
27. Paraméteres integrálok folytonossága és differenciálása.
28. Szakaszonként sima görbék. Tartományok. Rektifikálható görbék. Görbék ívhossza.
29. Vonalintegrálok definíciója, elemi tulajdonságai. Átparaméterezés. Primitív függvény. Newton–Leibniz formula vonalintegrálokra. Konzervatív leképezések.
30. Primitív(potenciál) függvény létezésére vonatkozó szükséges és elégséges feltételek. Potenciálfüggvény keresése.
31. Green tétele normáltartományon, ill. normáltartományokra felbontható tartományon. A Green tétel vektoriális alakja. A Green tétel területszámításra való alkalmazása. Az asztrois területe.
32. Metrikus terek. Alapvető definíciók. Teljesség.
33. Banach fixponttétel és alkalmazása. Folytonosság és nyílt halmazok.

Az utolsó tételből csak annyit kérdezünk a vizsgán, amennyi az utolsó héten lement.