

**I. MATEMATIKA B. Sc.**  
Haladó Analízis 1 Vizsgatételek

2020/21 I. félév

Ezt a szóbeli vizsgák idejéből megmaradt tételjegyzéket az előadáson elhangzott témakörök pontosabb behatárolására használhatjuk. A vizsgázhn az egyes tételek részleteinek ismeretét ellenőrző kérdések lesznek.

1. Logikai műveletek: és, vagy, tagadás, implikáció, ekvivalencia, kvantorok használata.
2. Indirekt bizonyítás és teljes indukció, példákkal.
3. Egyenlőtlenségek (közepek, Bernoulli).
4. Halmazelméleti alapfogalmak.
5. Függvényekkel kapcsolatos alapfogalmak.
6. Valós számok I. Mit jelent a konstruktív megalapozás? Az axiomatikus megalapozás eleje. A tesztaxiómák és az ezekkel kapcsolatos tételek.
7. Valós számok II. A rendezési axiómák és közvetlen következményeik.
8. Az Arkhimédészi és a Cantor-féle axiómák.
9. Tizedes törtek.
10. Korlátossággal kapcsolatos definíciók és a teljességi tétel.
11. Hatványozás.  $a^x$  definíciója, tulajdonságok.
12. A határérték definíciója, ennek ekvivalens átfogalmazása, a határérték egyértelműsége.
13. Konvergens sorozat egymást követő tagjainak különbségéből képzett sorozat viselkedése, részsorozatok definíciója. Konvergens sorozatok részsorozatjai. Egyenlőtlenségek és határátmenet.
14. Konvergenca és korlátosság I. Végtelen határérték. Sorozatok átrendezése és véges módosításai.
15. A határérték tulajdonságai. Rendőr elv. Sorozatok összege, szorzata, hányadosa.
16. Végtelen határérték és alapműveletek, kritikus határértékek.
17. Konvergenca és korlátosság II. Bolzano–Weierstrass tétel. Cauchy-kritérium.
18. Megszámlálható és nem megszámlálható halmazok.
19. Sorozatok limesz superiora és inferiora.
20. Valós függvények. Lokális és globális tulajdonságok. Elemi függvények.
21. Konvexitás. Jensen-egyenlőtlenség.
22. Függvények határértéke és ennek különböző esetei.
23. A határérték tulajdonságai. Átviteli elv.
24. Függvények folytonossága.
25. Korlátos, zárt intervallumon folytonos függvények.
26. Inverz függvény folytonosságára vonatkozó tétel. Monoton függvény folytonossági pontjai.
27. Konvexitás és folytonosság.
28. Függvénygrafikon ívhossza. Példa folytonos függvényre, melynek grafikonja nem rektifikálható.
29. Ív felmérése az egységkörre. Trigonometrikus függvények definíciója, a  $\sin x$  és a  $\cos x$  elemi tulajdonságai.
30. A trigonometrikus függvények és inverzeik folytonossága, ábrái. (Az arkuszfüggvények definícióját is adjuk meg.)
31. Exponenciális és hatványfüggvények.
32. Logaritmus és hiperbolikus függvények.
33. Végtelen sorok. Konvergenciakritériumok. A gyökkritérium erősebb, mint a hányadoskritérium.
34. Sorok szorzata és átrendezése. Cauchy-sorozat.
35. Sorok négyzetes szorzata.
36. Az  $e$  szám tulajdonságai. Sor előállítás, irracionáltság.  $e^x$  és a kamatos kamat.  $\sum \frac{1}{n}$  és  $\log n$ .