

## TÉTELJEGYZÉK

III. éves BSc matematika elemző szakos, továbbá matematikus,  
alkalmazott matematikus és doktorandusz hallgatók részére

Dinamikai Rendszerek

2013/14 I. félév

1. Banach fixponttétel. Példák a fixponthoz való konvergenciára.
2. Newton módszer.
3. Monoton intervallum leképezések.
4. Pálya. Periodikus és végperiodikus pontok.  $f(\theta) = \{2\theta\}$ .  $W^s(p)$ ,  $W^u(p)$ .
5. Populáció dinamika. Exponenciális és logisztikus modell. A kör forgatásai.
6. Fázisképek és grafikus analízis. Hiperbolikus fixpontok.
7. Vonzó és taszító periodikus pontok.  $W_{loc}^s$  és  $W_{loc}^u$ .
8. Nem hiperbolikus fixpontok. (Példák.)  $F_\gamma(x) = \gamma x(1-x)$  fixpontjainak viselkedése a paraméter függvényében.
9. A logisztikus függvénycsalád további tulajdonságai I.  $\gamma > 1$ -esetén a  $\mathbb{R} \setminus [0, 1]$ -beli pontok sorsa.  $1 < \gamma < 3$  esetén  $x_\gamma$  vonzó fixpont (fázisképek).
10. A logisztikus függvénycsalád további tulajdonságai II.  $\gamma > 4$ , ill.  $\gamma > 2 + \sqrt{5}$  esete  $\Lambda$  nem tartalmaz intervallumot.
11. A logisztikus függvénycsalád további tulajdonságai III.  $\Lambda$  perfekt, invariáns taszító hiperbolikus halmaz.
12. Szimbolikus dinamika I.  $\Omega_2^R$ -en metrika, a shift tulajdonságai egyenletes folytonosság, periodikus és végperiodikus pontok. Topologikus tranzitivitás.
13. Szimbolikus dinamika II. A teljes topologikus Bernoulli shift. Shift terek. Példák.
14. Szimbolikus dinamika III. Végés típusú shift terek.
15. Szimbolikus dinamika IV. Adattárolás merevlemezeken és shift terek. (FM és MFM kódolás)
16.  $\Lambda$ -beli pontok szimbolikus pályája. A szimbolikus kódolás homeomorfizmus.
17. Topologikusan konjugált rendszerek. Kezdeti feltételektől való érzékeny függés.
18. Kaotikusság.
19. Strukturális stabilitás. Három szerint periodikus pontok. Sarkovszkij tétele (biz. nélkül).
20. Bifurkációk a logisztikus függvénycsaládban. A bifurkációs diagram. Bifurkációtípusok.
21. Dinamikus rendszerek és fraktálok I.  $C_3$ , mint egy dinamikus rendszer taszító halmaza, a komplementer színezése. A Mandelbrot halmaz. Pitagorasz tétel és heurisztika  $C_3$  dimenziójára.
22. Dinamikus rendszerek és fraktálok II. A Hausdorff mérték és dimenzió definíciója.
23. Dinamikus rendszerek és fraktálok III. Iterált függvény rendszerek. Az attraktor létezése. Kapcsolat dinamikus rendszerekkel.
24. Dinamikus rendszerek és fraktálok IV. Önhasonló halmazok.
25. A Schwarz derivált I. Definíció. Kompozíció és negatív Schwarz derivált. Kritikus pontok és periodikus pontok száma.
26. A Schwarz derivált II. Állítások  $W(p)$ -ről. Becslés a vonzó periodikus orbitok számára, alkalmazás a logisztikus függvénycsaládra. Polinomok amikre  $SP < 0$ .

Az utolsó két tételből csak annyi lesz a vizsga anyaga amennyi lemegy az utolsó két előadáson.