

**ELTE TTK DOKTORI ISKOLA**  
**és MAT., ALK. MAT., FIZ. Szakok**  
**ERGODELMÉLET**  
Tematika

1. Bevezetés. Példák I. (Klasszikus mechanika, egységkör és kpkt. Abel csoportok forgatásai, Bernoulli shift és Markov láncok.)
2. Konstrukciók.
3. von Neumann  $L^2$  ergodtétel.
4. Birkhoff–Hincsin pontonkénti ergodtétel.
5. Poincaré visszatérési tétel és Ehrenfest példája.
6. Hincsin tétele halmazok visszatéréséről.
7. Halmos tétele a visszatéréssel ekvivalens tulajdonságokról.
8. Ergodikussággal ekvivalens tulajdonságok.
9. Indukált transzformáció mértéktartása és ergodikussága. Kac lemma. Kakutani–Rohlin lemma.
10. Újabb ergodikussággal ekvivalens tulajdonság. Bernoulli shift, egységkör forgatásainak illetve a tórusz eltolásainak ergodikussága.
11. Keverés (definíciók). Rényi tétele erősen keverő transzformációkról. Bernoulli shift erősen keverő.
12. Koopman-von Neumann lemma. Gyenge keveréssel ekvivalens tulajdonságok.
13. Egységkör forgatásai nem gyengén keverők. Topológia amiben a gyengén keverő transzformációk reziduálisak.
14. Banach elv. Ergodtétel bizonyítása a Banach elvvel.
15. Integrálok differenciálása. Wiener lokális ergodtétele.
16. Lebesgue terek és a feltételes várható érték tulajdonságai.
17. Entrópia a fizikában és az információelméletben.
18. Felosztás és egy transzformáció metrikus entrópiájának definíciója.  $\mathcal{B}(p_1, \dots, p_n)$  henger (cilinder) halmazokhoz tartozó entrópiájának kiszámolása.
19. Feltételes információ és entrópia I. (Definíciók, elemi tulajdonságok az  $\alpha$  véges felosztás  $\beta$  véges felosztásra vonatkozó feltételes entrópiájáig.)
20. Feltételes információ és entrópia II. ( $I_{\alpha \vee \beta | \mathcal{F}}$ -re vonatkozó állítás, valamint az (i)-(v) tulajdonságokat felsoroló állítás.)
21. Nulla feltételes entrópiával ekvivalens állítás. Véges mérhető felosztások függetlenségével ekvivalens tulajdonságok. “Entrópia metrika”.
22. A feltételes várható érték mint  $L^2$ -beli vetítés.  $H(\mathcal{A} | \mathcal{F}_n)$  konvergenciája növő szigma algebra sorozatokra.
23.  $h(\alpha, T)$  ekvivalens megadásai. Kolmogorov-Szináj tétele generátorokról. Krieger generátor tétele (bizonyítás nélkül).
24. (Az utolsó előadás anyaga.) Az egységkör forgatásainak és Markov láncoknak entrópiája. Szorzat entrópiája. Esetleges további anyag.

Az utolsó tételből csak annyi amennyi lemegy az utolsó előadáson.