

**ELTE TTK DOKTORI ISKOLA**  
**és MAT., ALK. MAT., FIZ. Szakok**  
**ERGODELMÉLET**  
 Tematika

1. Bevezetés. Példák (Klasszikus mechanika, egységkör és kpkt. Abel csoportok forgatásai, Bernoulli shift és Markov láncok).
2. Konstrukciók.
3. von Neumann  $L^2$  ergodtétel.
4. Birkhoff–Hincsin pontonkénti ergodtétel.
5. Poincaré visszatérési tétel és Ehrenfest példája.
6. Hincsin tétele halmazok visszatéréséről.
7. Halmos tétele a visszatéréssel ekvivalens tulajdonságokról.
8. Ergodikussággal ekvivalens tulajdonságok.
9. Indukált transzformáció mértéktartása és ergodikussága. Kac lemma. Kakutani–Rohlin lemma.
10. Újabb ergodikussággal ekvivalens tulajdonság. Bernoulli shift, egységkör forgatásainak illetve a tórusz eltolásainak ergodikussága.
11. Keverés (definíciók). Rényi tétele erősen keverő transzformációkról. Bernoulli shift erősen keverő.
12. Koopman-von Neumann lemma. Gyenge keveréssel ekvivalens tulajdonságok.
13. Egységkör forgatásai nem gyengén keverők. Topológia amiben a gyengén keverő transzformációk reziduálisak.
14. Banach elv. Ergodtétel bizonyítása a Banach elvvel.
15. Integrálok differenciálása. Wiener lokális ergodtétele.
16. Lebesgue terek és a feltételes várható érték tulajdonságai.
17. Entrópia a fizikában és az információelméletben.
18. Felosztás és egy transzformáció metrikus entrópiájának definíciója.  $\mathcal{B}(p_1, \dots, p_n)$  henger (cylinder) halmazokhoz tartozó entrópiájának kiszámolása.
19. Feltételes információ és entrópia I. (Definíciók, elemi tulajdonságok az  $\alpha$  véges felosztás  $\beta$  véges felosztásra vonatkozó feltételes entrópiájáig.)
20. Feltételes információ és entrópia II. ( $I_{\alpha \vee \beta | \mathcal{F}}$ -re vonatkozó állítás, valamint az (i)-(v) tulajdonságokat felsoroló állítás.)
21. Nulla feltételes entrópiával ekvivalens állítás. Véges mérhető felosztások függetlenségével ekvivalens tulajdonságok. “Entrópia metrika”.
22. A feltételes várható érték mint  $L^2$ -beli vetítés.  $H(\mathcal{A} | \mathcal{F}_n)$  konvergenciája növvő szigma algebra sorozatokra.
23.  $h(\alpha, T)$  ekvivalens megadásai. Kolmogorov-Szináj tétele generátorokról.
24. Krieger generátor tétele és a Shannon-McMillan-Breiman tétel (bizonyítások nélkül). Az egységkör forgatásai és Markov láncok entrópiája. Szorzat entrópiája.

Az utolsó tételből csak amnyi, amennyi lemegy az utolsó előadáson.