

ELTE TTK DOKTORI ISKOLA
és MAT., ALK. MAT., FIZ. Szakok
ERGODELMÉLET
 Tematika

1. Bevezetés. Példák (Klasszikus mechanika, egységkör és kpkt. Abel csoportok forgatásai, Bernoulli shift és Markov láncok).
2. Konstrukciók.
3. von Neumann L^2 ergodtétel.
4. Birkhoff–Hincsin pontonkénti ergodtétel.
5. Poincaré visszatérési tétel és Ehrenfest példája.
6. Hincsin tétele halmazok visszatéréséről.
7. Halmos tétele a visszatéréssel ekvivalens tulajdonságokról.
8. Ergodikussággal ekvivalens tulajdonságok.
9. Indukált transzformáció mértéktartása és ergodikussága. Kac lemma. Kakutani–Rohlin lemma.
10. Újabb ergodikussággal ekvivalens tulajdonság. Bernoulli shift, egységkör forgatásainak illetve a tórusz eltolásainak ergodikussága.
11. Keverés (definíciók). Rényi tétele erősen keverő transzformációkról. Bernoulli shift erősen keverő.
12. Koopman-von Neumann lemma. Gyenge keveréssel ekvivalens tulajdonságok.
13. Egységkör forgatásai nem gyengén keverők. Topológia amiben a gyengén keverő transzformációk reziduálisak.
14. Banach elv. Ergodtétel bizonyítása a Banach elvvel.
15. Integrálok differenciálása. Wiener lokális ergodtétele.
16. Lebesgue terek és a feltételes várható érték tulajdonságai.
17. Entrópia a fizikában és az információelméletben.
18. Felosztás és egy transzformáció metrikus entrópiájának definíciója. $\mathcal{B}(p_1, \dots, p_n)$ henger (cylinder) halmazokhoz tartozó entrópiájának kiszámolása.
19. Feltételes információ és entrópia I. (Definíciók, elemi tulajdonságok az α véges felosztás β véges felosztásra vonatkozó feltételes entrópiájáig.)
20. Feltételes információ és entrópia II. ($I_{\alpha \vee \beta | \mathcal{F}}$ -re vonatkozó állítás (bizonyítás nélkül), valamint az (i)-(v) tulajdonságokat felsoroló állítás (ezekből a (iii), (iv) bizonyítása nem szükséges).)
21. Nulla feltételes entrópiával ekvivalens állítás. Véges mérhető felosztások függetlenségével ekvivalens tulajdonságok (a 3) \Rightarrow 1) bizonyítása nem szükséges). “Entrópia metrika”.
22. A feltételes várható érték mint L^2 -beli vetítés. $H(\mathcal{A} | \mathcal{F}_n)$ konvergenciája növvő szigma algebra sorozatokra. Az α és $\{\mathcal{F}\}$ függetlenségére vonatkozó tételt csak kimondani kell.
23. Fekete lemmája. $h(\alpha, T)$ ekvivalens megadásai. Kolmogorov-Szináj tétele generátorokról.
24. Krieger generátor tétele és a Shannon-McMillan-Breiman tétel (bizonyítások nélkül). Az egységkör forgatásainak entrópija.