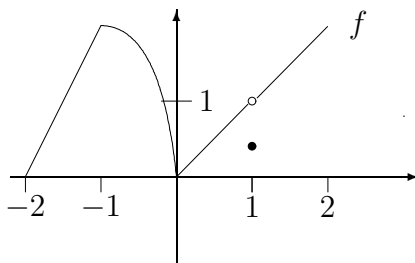


Az első feladat egy összesen 15 pontot érő beugró teszt, melyet 30 perc elteltével beszedünk. Ezen legalább 12 pontot kell elérni ahhoz, hogy a vizsga eredménye elégtelentől különböző legyen. Ez a pontszám is beszámít a 2-4 feladatcsoport pontszámába. Aki elkészült a beugró tesztfeladatokkal az hozzákezdhet a többi feladathoz.



1. feladat (Kizárólag a sorvégi pontozott vonalra írt válaszokat tudjuk elfogadni. Ha valami aminek a meghatározását kéri a feladat nem létezik, akkor írjon N.L-et a pontozott vonalra. Ha egy eldöntendő kérdésre kell válaszolni írjon I-t, ha a válasz igenlő és N-et, ha a válasz nemleges. Ha két állítás igazságtartalmát kell megadni akkor II, IN, NI, és NN a lehetséges válaszok annak függvényében, hogy az elsőre, illetve másodikra igen, vagy nem a válasz.

A következő kérdések az ábrán látható f függvényre vonatkoznak.

1/a $\max_{x \in [0,1]} f(x) = ?$ a.....

1/b Igaz-e, hogy f -nek az 1 ugráshelye? b.....

1/c Igaz-e, hogy f -nek az 1 pontban szigorú lokális minimumhelye van? c.....

1/d $\lim_{n \rightarrow \infty} f\left(\frac{2}{n}\right) = ?$ d.....

1/e Igaz-e, hogy f konvex $[-2, -1]$ -en? e.....

1/f Igaz-e, hogy f konkáv $[-2, 0]$ -n? f.....

A következő kérdések **nem** vonatkoznak az ábrán látható függvényre.

1/g Igaz-e, hogy $(A \Rightarrow B) = (\bar{A} \Rightarrow \bar{B})$, illetve $(\bar{B} \Rightarrow \bar{A}) = (A \Rightarrow B)$.

(II, NI, IN, NN a lehetséges válaszok) g.....

1/h Hány eleme van az $\{3, \{4, 5\}, \{3, 5\}\}$ halmaznak? h.....

1/i $f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} ??$. i ?? =

1/j Igaz-e, hogy ha f folytonos $(0, 1)$ -en, akkor korlátos? j.....

1/k Igaz-e, hogy $0, 5^x$ szigorúan monoton növekvő és $\lim_{x \rightarrow 0+0} \log_3 x = +\infty$.

(II, NI, IN, NN a lehetséges válaszok) k.....

1/l Korlátos-e az $\operatorname{sh} x$ függvény? l.....

1/m $(g \circ f)'(a) = ?$ m.....

1/n Periodikus-e $p = 0,5$ szerint a Dirichlet függvény? n.....

1/o Igaz-e, hogy ha f konkáv $[-1, 1]$ -en, akkor balról folytonos az 1-ben, illetve folytonos a 0-ban?

(II, NI, IN, NN a lehetséges válaszok) o.....

A 2-4 feladatok megoldásakor minden lépést indokolni kell. Csak indokolt válaszokra, részválaszokra adunk pontot.

Minden feladatot **külön lapra** kell írni. Minden lapra kérem, hogy mindenki írja rá a nevét.

2. feladat

(a) Írja föl az első négy (összeadásra vonatkozó) testaxiómát és bizonyítsa be ezekből, hogy csak egyetlen nullelem tehet eleget a harmadik testaxiómának. (5 pont)

(b) Mutassa meg, hogy ha $n \in \mathbb{N}$ és $\sqrt{n} \notin \mathbb{N}$ akkor \sqrt{n} irracionális. (5 pont)

(c) Mondja ki és bizonyítsa a szorzat differenciálására, $(fg)'$ -re vonatkozó szabályt! (5 pont)

3. feladat

Legyen $a_1 = 2$, $a_{n+1} = \frac{a_n + \frac{3}{a_n}}{2}$.

Mutassa meg, hogy $\sqrt{3} < a_n < 3$ teljesül minden n -re, és a_n szigorúan monoton csökkenő.
 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = ?$

(10 pont)

4. feladat

(a) Mondja ki és bizonyítsa a függvények határértékére vonatkozó átviteli elvet, valamint a függvényhatárértékre és kompozícióra vonatkozó tételt! (10 pont)

(b) Definiálja az ívhosszat: $s(f, [a, b])$ -t, továbbá mondja ki és bizonyítsa azt tételt mely $s(f, [a, c])$, $s(f, [a, b])$ és $s(f, [b, c])$ között teremt kapcsolatot!

(10 pont)

Várható pontozás: 0-19 pont elégtelen, 20-29 pont elégséges, 30-39 pont közepes, 40-49 pont jó, 50-60 pont jeles.

A fenti minta-vizsgázsh tájékoztató jellegű. A vizsgázsh hasonló jellegű, de részleteiben eltérő lesz.