Név : ______________________ ELTE Azonosító: ______________________

2006/07 Második félév I. Mat. B. Sc. Középszint Web Minta Vizsga

Az első feladat egy összesen 15 pontot érő beugró teszt, melyet 30 perc elteltével beszedünk. Ezen legalább 12 pontot kell elérni ahhoz, hogy a vizsga eredménye elégtelentől különböző legyen. Ez a pontszám is beszámít a 2-4 feladatcsoport pontszámába. Aki elkészült a beugró tesztfeladatokkal az hozzákezdhet a többi feladathoz.

1. feladat (Kizárólag a sorvégi pontozott vonalra írt válaszokat tudjuk elfogadni. Ha valami aminek a meghatározását kéri a feladat nem létezik akkor írjon N.L-et a pontozott vonalra. Ha egy eldöntendő kérdésre kell válaszolni írjon I-t, ha a válasz igenlő és N-et, ha a válasz nemleges. Ha több alternatíva (A, B, C, stb.) között kell választania, akkor írja be a megfelelő betűjelét a pontozott vonalra.)

1/a $\operatorname{ctg}' x =?$ a..................

1/b Igaz-e, hogy ha f szigorúan lokálisan csökken a-ban akkor $f'(a) < 0$? b..........

1/c Igaz-e, hogy ha f differenciálható, akkor f' folytonos? c..........

1/d Ha $f'(0) = 0$ és $f''(0) = -3$ akkor a 0-ban f-nek A) lok. minimuma, B) lok. maximuma vagy C) inflexiós pontja van? d..........

1/e Ha $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ korl. fv. és $\Phi_2 \supset \Phi_1$, akkor A) $s_{\Phi_1}(f) \geq s_{\Phi_2}(f)$, vagy B) $s_{\Phi_1}(f) \leq s_{\Phi_2}(f)$? e..........

1/f $\int \frac{dx}{\sqrt{1+x^2}} =?$ f..................

1/g $\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx =?$ g..................

1/h $u = e^x$-et helyettesítve $\int R(e^x)dx =$ A) $\int R(u) \log u du$, B) $\int R(u)u du$, vagy C) $\int R(u)\frac{1}{u} du$? h..........

1/i $\lim_{n\to\infty} \Pi_{k=1}^{n} \frac{(2k)^2}{(2k-1)(2k+1)} =?$ i..........

1/j Írja fel a normáltartomány területére vonatkozó formulát! j..................

1/k Konvergens-e $\int_1^{+\infty} \frac{\sin x}{x^2}$? k..........

1/l Igaz-e, hogy ha $\lim_{n\to\infty} a_n \neq 0$ akkor $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ divergens? l..........

1/m Konvergens-e $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \log n}$? m............................

1/n Átrendezhető-e a $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2}$ sor oszcillálva divergens sorrá? n..........

1/o Írja föl $\sin x$, 0 körüli Taylor sorfejtésében x^7 együtthatóját? o..........

A 2-4 feladatok megoldásakor minden lépést indokolni kell. Csak indokolt válaszokra, részválaszokra adunk pontot.

Minden feladatot **külön lapra** kell írni. Minden lapra kérem, hogy mindenki írja rá a nevét.

2. feladat

(a) Mondja ki és bizonyítsa a Cauchy középértéktételt! (5 pont)

(b) Definiálja a primitív függvény fogalmát! Van-e a $\operatorname{sgn} x$ függvénynek primitív függvénye (indokolja a válaszát)! (5 pont)

(c) Határozza meg az $r = 1 - \cos\phi$ polárkoordinátás egyenletű kardioid területét! (5 pont)

3. feladat

Végezzen teljes függvényvizsgálatot az $f(x) = \frac{x^2}{2} - \frac{1}{x}$ függvényre és vázlatosan ábrázolja a grafikonját! (10 pont)

4. feladat

(a) Mondja ki és bizonyítsa azt a tételt, mely f konvexitására ad szükséges és elégséges feltételt az f' monotonitása segítségével. (10 pont)

(b) Legyen $I_n = \int_0^\infty x^n e^{-x^2}dx$! Mutassa meg, hogy ez az improprius integrál konvergens és vezessen le formulát, mely megadja I_{2k+1} értékét, ha $k \in \mathbb{N}$. (10 pont)

Várható pontozás: 0-19 pont elégtelen, 20-29 pont elégséges, 30-39 pont közepes, 40-49 pont jó, 50-60 pont jeles.