Név : ______________________ ELTE Azonosító: ______________

2007/08 Második félév II. Mat. tanári B. Sc. Web Minta Vizsga

Az első feladat egy összesen 15 pontot érő beugró teszt, melyet 30 perc elteltével beszedünk. Ezen legalább 12 pontot kell elérni ahhoz, hogy a vizsga eredménye elégtelentől különböző legyen. Ez a pontszám is beszámít a 2-4 feladatcsoport pontszámába. Aki elkészült a beugró tesztfeladatokkal az hozzákezdhet a többi feladathoz.

1. feladat (Kizárólag a sorvégi pontozott vonalra írt válaszokat tudjuk elfogadni. Ha valami aminek a meghatározását kéri a feladat nem létezik akkor írjon N.L-et a pontozott vonalra. Ha egy eldöntendő kérdésre kell válaszolni írjon I-t, ha a válasz igenlő és N-et, ha a válasz nemleges. Ha több alternatíva (A, B, C, stb.) között kell választania, akkor írja be a megfelelő betűjelét a pontozott vonalra.)

1/a Az $y''-4y'+y=0$ megoldásának általános alakja: a...................................

1/b Ha $f((x_1,x_2)^T)=(x_1^2x_2^3,\cos(x_1x_2))^T$ és $A=(a_{i,j})=f'$, akkor $a_{1,2}=$? b..................

1/c Igaz-e, hogy ha $\exists\,\nabla f(x)$ akkor $\forall v$, $||v||=1$-re $\exists\,\partial_v f(x)$? c...........

1/d Differenciálható-e az $\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$-ben az $f\begin{pmatrix}x_1\\x_2\end{pmatrix}=\dfrac{x_1x_2}{x_1^2+x_2^2}$? d...........

1/e Ha f 2-szer diffható (a,b) egy U kzetében akkor $\lim\limits_{t\to 0}\dfrac{f(a+t,b+t)-f(a+t,b)-f(a,b+t)+f(a,b)}{t^2}=$? e......................

1/f Pozitív definit-e $q((h_1,h_2)^T)=h_1^2$? f..........

1/g Igaz-e, hogy egy 2-szer diffható $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ függvény Hesse mátrixában a bal felső és a jobb alsó elem megegyezik? g..........

1/h Ha $k=f(x,y(x))$, f folyt. diffh. és $\partial_y f(x_0,y(x_0))\neq 0$, akkor $y'(x_0)=$? h......................

1/i A Lagrange multiplikátor módszerről szóló tételben, ha $\nabla g(x_0,y_0)\neq 0$, akkor $\exists\lambda$, amelyre ***? i.***=...............................

1/j A $\gamma:[a,b]\to\mathbb{R}^n$ *** leképezést $\mathbb{R}^n$-beli görbének nevezzük. j.***=.................

1/k Rektifikálható-e a $\gamma(t)=(t^3,e^{-t^2})$, $t\in[-1,1]$ görbe? k...........

1/l Igaz-e, hogy ha $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^2$ kétszer folytonosan differenciálható, akkor van primitív függvénye. l...........

1/m Ha $\gamma(t)=y+th$; $t\in[0,1]$ akkor $\int_\gamma f=$ A) $\int_0^1 f(y+th)\cdot h dt$; B) $\int_0^1 f'(y+th)\cdot(y+th)dt$; C) $\int_0^1 f(y+th)\cdot||h||dt$. m...........

1/n Csillagszerű tartomány-e a középen kilyukasztott körlemez $\odot$? n...........

1/o $\Delta u=***$ o.***=........................

2007/08 Második félév II. Mat. tanári B. Sc. Web Minta Vizsga

A 2-4 feladatok megoldásakor minden lépést indokolni kell. Csak indokolt válaszokra, részválaszokra adunk pontot.

Minden feladatot **külön lapra** kell írni. Minden lapra kérem, hogy mindenki írja rá a nevét.

2. feladat

(a) Mondja ki és oldja meg a csillapított rezgés differenciálegyenletét. (5 pont)

(b) Írja fel az $f\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = x_1^4 + 3x_1^2x_2^2 - x_1x_2 + 2$ függvény $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ pontbeli első és második differenciálját. (5 pont)

(c) Mondja ki és vezesse le a Cauchy–Riemann parciális differenciálegyenleteket. (5 pont)

3. feladat Határozza meg az $x^3 + y^2 - xy$ maximumát a $[0, 1] \times [0, 1]$ egységnégyzeten!

(10 pont)

4. feladat

(a) Mondja ki és bizonyítsa a többdimenziós láncszabályt!

(10 pont)

(b) Mondja ki és bizonyítsa azt a tételt, mely $f : \Omega \to \mathbb{R}^n$ leképezések primitív függvényének létezésére ad elégséges feltételt és a zárt görbéken vett vonalintegrálok bizonyos tulajdonságait használja.

(10 pont)

Várható pontozás: 0-19 pont elégtelen, 20-29 pont elégséges, 30-39 pont közepes, 40-49 pont jó, 50-60 pont jeles.