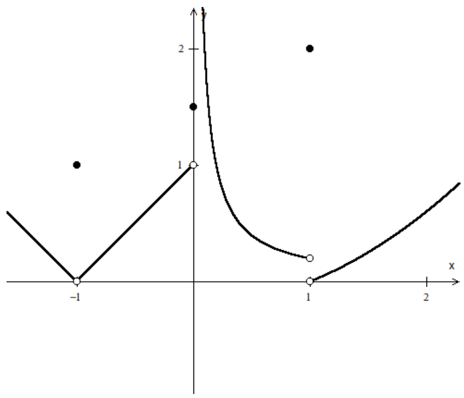
Név: ________________________________ Neptun Azonosító:____________________

2020/21 Első félév I. Mat. B. Sc. Analízis Web-minta Vizsga



Az első feladat egy összesen 15 pontot érő beugró teszt, melyet 30 perc elteltével beszedünk. Ezen legalább 11 pontot kell elérni ahhoz, hogy a vizsga eredménye elégtelentől különböző legyen. Ez a pontszám is beszámít a 2-4 feladatcsoport pontszámába, a következő képlet szerint
átvitt pontszám=(tesztpontszám-10)·4.

**1. feladat** (Kizárólag a sorvégi pontozott vonalra írt válaszokat tudjuk elfogadni. Ha valami aminek a meghatározását kéri a feladat nem létezik akkor írjon N.L-et a pontozott vonalra. Ha egy eldöntendő kérdésre kell válaszolni írjon I-t, ha a válasz igenlő és N-et, ha a válasz nemleges. Ha több alternatíva (A, B, C, stb.) között kell választania, akkor írja be a megfelelő betűjelét a pontozott vonalra. "Egyik sem" azt jelenti, hogy a korábbi alternatívák közül egyik sem igaz.)

A következő kérdések az ábrán látható $f$ függvényre vonatkoznak.

1/a $\lim_{x\to 0-0} f(x) =$? A) 0; B) 1; C) 1,5; D) $+\infty$; E) N.L. a..........

1/b Az $f$ infimuma az [1,2]-n? A) $-1$; B) 0; C) 1; D) 2; E) N.L. b..........

1/c Igaz-e, hogy $f$-nek van nem megszüntethető és van megszüntethető szakadási helye is? c..........

1/d Monoton-e $f$ az [1,2]-n? d..........

1/e Konvex-e $f$ a $[-1,0]$-n? e..........

1/f Ha $g(x) = [x]$, akkor $\lim_{x\to 1} g(f(x)) =$?
A) 0; B) 0,25; C) 2; D) $+\infty$; E) N.L.; F) egyik sem. f..........

1/g Rektifikálható-e $f$ grafikonja a $[-\frac{1}{2},0]$-n? g..........

A következő kérdések **NEM** vonatkoznak az ábrán látható függvényre.

1/h Ekvivalens-e $(A \vee C) \Rightarrow \overline{B}$ és $B \Rightarrow (\overline{A} \wedge \overline{C})$? h..........

1/i Igaz-e, hogy ha $f$ monoton a [0,1]-en,
akkor $\exists\, x \in (0,1)$ ahol $f$ folytonos. i..........

1/j $\min\{\frac{2^n+1}{2^n} : n \in \mathbb{N}\} =$? A) 0; B) 1; C) 2; D) N.L. j..........

1/k Ha $f$ és $g$ szigorúan monoton csökken (sz.m.cs.) $\mathbb{R}$-en és
$h$ szigorúan monoton nő (sz.m.n.), akkor $f(g(h(f(x))))$:
A) sz.m.n.; B) sz.m.cs.; C) lehet ez is/az is; D) egyik sem. k..........

1/l $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\sqrt[4]{16x^{12} + x^7 + 5}}{x^3 - 7x + 3} =$?:
A) 0; B) 1; C) 2; D) 16; E) $+\infty$; F) N.L.; G) egyik sem. l..........

1/m Van-e olyan konvex $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ függvény, melyre
$f(0) = 0$, $f(1) = 2$ és $f(2) = 3$? m..........

1/n Igaz-e, hogy $\operatorname{sh} x + \operatorname{ch} x = e^x$? n..........

1/o Konvergens-e $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{\sqrt[2018]{n}}$? o..........

A 2-4 feladatok megoldásakor minden lépést indokolni kell. Csak indokolt válaszokra, részválaszokra adunk pontot.

Minden feladatot **külön lapra** kell írni. Minden lapra kérem, hogy mindenki írja rá a nevét.

**2. feladat**

**(a)** Mondja ki az Arkhimédeszi axiómát és ezt felhasználva bizonyítsa be, hogy a racionális számok sűrűn helyezkednek el $\mathbb{R}$-ben. (5 pont)

**(b)** Mondja ki és bizonyítsa a rendőr elvet. (5 pont)

**(c)** Mondja ki és bizonyítsa a gyökkritériumot. (5 pont)

**3. feladat**

Adott $\epsilon > 0$-hoz alkalmas $\delta > 0$-t keresve mutassa meg, hogy az $f(x) = x^2 + 8x$ függvény folytonos az $a = 2$ pontban! (10 pont)

**4. feladat**

**(a)** Mondja ki és bizonyítsa azt a tételt, mely $b^k = a$ megoldhatóságáról és egyértelműségéről szól. Továbbá mondja ki és bizonyítsa azt a tételt mely arról szól, hogy milyen valós értékeket vehet fel $\sqrt{n}$. (Itt számelmélet alaptételét és/vagy más "mélyebb" algebrai tételeket használó megoldásokra nem adunk maximális pontszámot.) (10 pont)

**(b)** Mondja ki és bizonyítsa a konvex függvények folytonosságára vonatkozó tételt és az ahhoz szükséges lemmát is! (10 pont)

Várható pontozás: 0-19 pont elégtelen, 20-29 pont elégséges, 30-39 pont közepes, 40-49 pont jó, 50-65 pont jeles.